



# Olimpiada Kanguro

## 2019

### NIVEL ESTUDIANTE (TERCERO BACHILLERATO)

Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS

Tiempo: 120 minutos

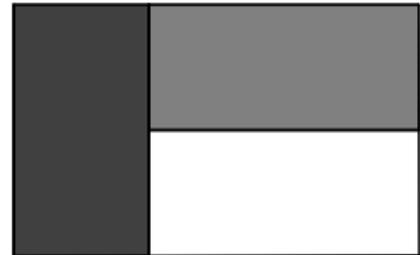
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Las respuestas equivocadas bajan puntos.

Nombres y Apellidos:.....

Colegio: .....Ciudad:.....Curso:.....

#### PROBLEMA 1 (3 puntos)

La bandera de CanguroLandia es un rectángulo, que a su vez se subdivide en tres rectángulos iguales, como se muestra en la figura:



¿Cuál es la razón entre las medidas de los lados del rectángulo blanco?

- (A) 1 : 2                      (B) 2 : 3                      (C) 2 : 5                      (D) 3 : 7                      (E) 4 : 9

#### PROBLEMA 2 (3 puntos)

Los números 1,2,3 y 4 se escriben en las celdas de una cuadrícula  $2 \times 2$ .



Después de escritos se calculan las sumas de las dos filas y de las dos columnas. Dos de esas sumas son 4 y 5. ¿Cuáles con los valores de las otras sumas?

- (A) 6 y 6                      (B) 3 y 3                      (C) 4 y 5                      (D) 4 y 6                      (E) 5 y 6

#### PROBLEMA 3 (3 puntos)

Un rectángulo ha sido sombreado de 5 formas distintas, como se muestran en cada opción ¿En cuál de las figuras el área de la parte sombreada es la más grande?

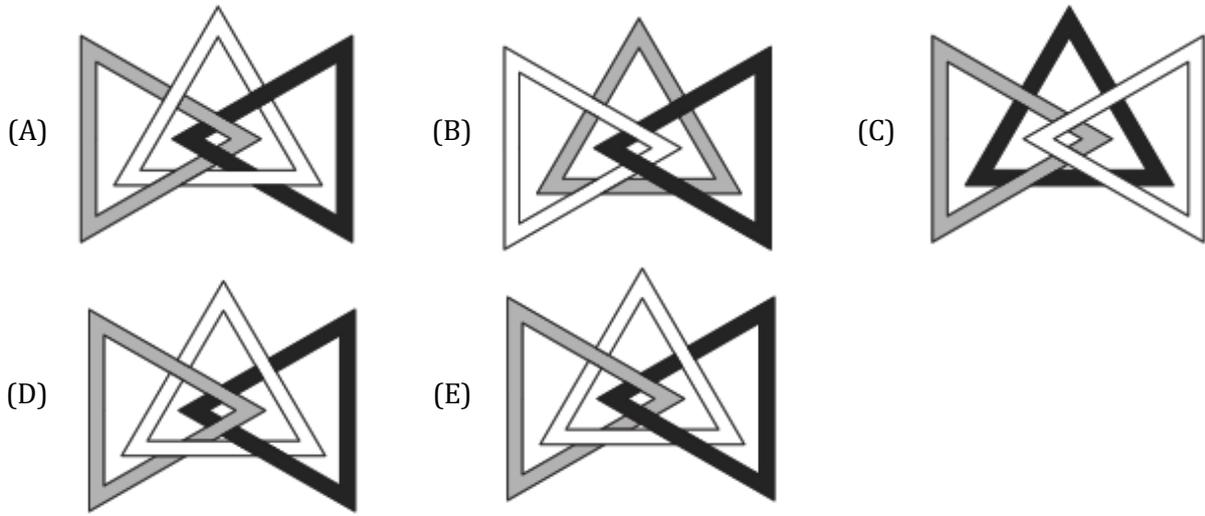


**PROBLEMA 4** (3 puntos)

Tres triángulos están enlazados como se muestra en la siguiente figura:



¿Cuál de las siguientes imágenes muestra los tres triángulos enlazados de la misma manera?



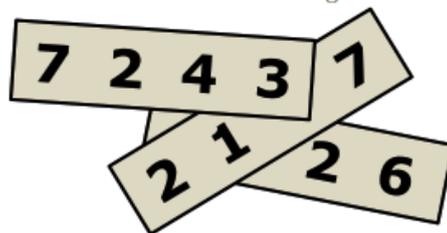
**PROBLEMA 5** (3 puntos)

Una pirámide tiene 23 caras triangulares. ¿Cuántas aristas tiene esta pirámide?

- (A) 23
- (B) 24
- (C) 46
- (D) 48
- (E) 69

**PROBLEMA 6** (3 puntos)

Se escriben tres números de 4 dígitos en tiras de papel. La suma de estos números es 11126. En la figura tres de los dígitos usados están tapados.



¿Esos dígitos son?

- (A) 1, 4 y 7
- (B) 1, 5 y 7
- (C) 3, 3 y 3
- (D) 4, 5 y 6
- (E) 4, 5 y 7

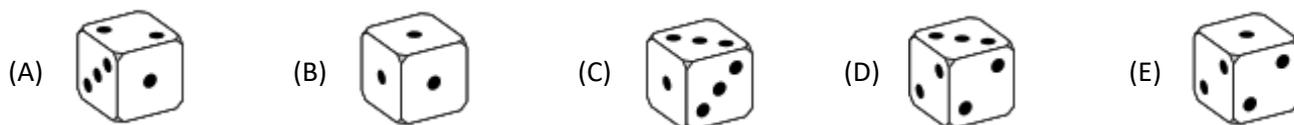
**PROBLEMA 7** (3 puntos)

Para el menor entero positivo  $n$  donde la suma de todos sus dígitos es 2019, indique cuál es su primer dígito (el que está más a la izquierda).

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

**PROBLEMA 8** (3 puntos)

Cada una de las caras de un dado está marcada con uno, dos o tres puntos. Al lanzar el dado la probabilidad de obtener un 1 es  $1/2$ , la probabilidad de obtener un 2 es  $1/3$  y la probabilidad de obtener un 3 es  $1/6$ . ¿Cuál de las siguientes figuras no puede ser una vista de este dado?



**PROBLEMA 9** (3 puntos)

Marcial ha inventado una nueva operación en los números reales que la denotado por " $\blacklozenge$ " de la siguiente forma  $x \blacklozenge y = y - x$ . Si  $a$ ,  $b$ , y  $c$  satisfacen  $(a \blacklozenge b) \blacklozenge c = a \blacklozenge (b \blacklozenge c)$ , ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente verdadera?

- (A)  $a=b$                       (B)  $b=c$                       (C)  $a=c$                       (D)  $a=0$                       (E)  $c=0$

**PROBLEMA 10** (3 puntos)

¿Cuántos números desde  $2^{10}$  hasta  $2^{13}$ , incluyendo ambos, son divisibles por  $2^{10}$ ?

- (A) 2                      (B) 4                      (C) 6                      (D) 8                      (E) 16

**PROBLEMA 11** (4 puntos)

¿Cuál es la máxima potencia de 3 que divide el número  $7! + 8! + 9!$ ?

- (A)  $3^2$                       (B)  $3^4$                       (C)  $3^5$                       (D)  $3^6$                       (E) Una potencia de 3 mayor que  $3^6$

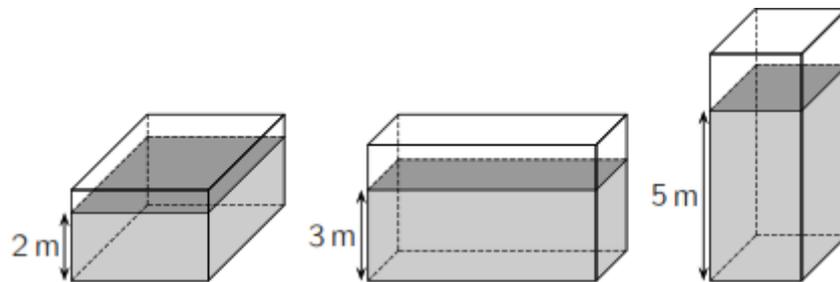
**PROBLEMA 12** (4 puntos)

Este año el número de muchachos en mi clase creció un 20% y el número de chicas decreció un 20%. Este año somos uno más que el año pasado. ¿Cuál podría ser el número de estudiantes en mi clase este año?

- (A) 22                      (B) 26                      (C) 29                      (D) 31                      (E) 34

**PROBLEMA 13** (4 puntos)

Un recipiente en forma de caja rectangular está parcialmente lleno con  $120 \text{ m}^3$  de agua. La profundidad del agua es alguno de los vaes 2m, 3m, o 5m dependiendo de cuál de las caras de la caja sirva de base, como se muestra en la figura (la figura no está a escala).



¿Cuál es el volumen del recipiente?

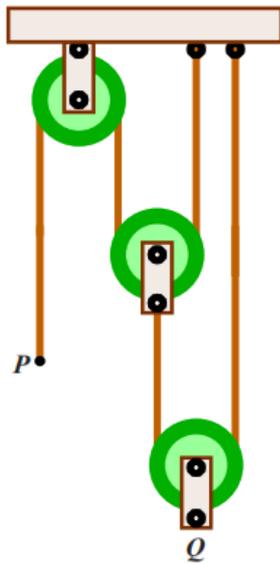
- (A)  $160 \text{ m}^3$                       (B)  $180 \text{ m}^3$                       (C)  $200 \text{ m}^3$                       (D)  $220 \text{ m}^3$                       (E)  $240 \text{ m}^3$

**PROBLEMA 14** (4 puntos)

Tres canguros llamados Alex, Bob and Carl hacen una caminata diariamente. Si Alex no lleva sombrero entonces Bob lleva sombrero, si Bob no lleva sombrero entonces Carl lleva sombrero. Hoy Carl no lleva sombrero. De seguro ¿cuál de ellos lleva sombrero el día de hoy?

- (A) Sólomente Alex y Bob                      (B) Solamente Alex                      (C) Alex, Bob y Carl  
(D) Ni Alex, ni Bob                      (E) Solamente Bob

**PROBLEMA 15** (4 puntos)



El sistema que se muestra consiste de tres poleas con secciones de faja entre ellas. El punto final P se mueve hacia abajo 24 centímetros. ¿Cuántos centímetros se moverá el punto Q hacia arriba?

- (A) 24
- (B) 12
- (C) 8
- (D) 6
- (E) 24/5

**PROBLEMA 16** (4 puntos)

Un entero positivo  $n$  se dice bueno si su mayor divisor, excluyendo a  $n$  mismo, es  $n-6$ . ¿Cuántos enteros positivos buenos hay?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 6
- (E) Infinitos

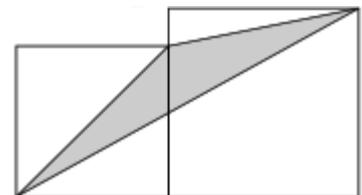
**PROBLEMA 17** (4 puntos)

Una caja contiene 4 chocolates y un caramelo. John y Mary por turnos sacan un dulce de la caja sin reemplazo. Aquel que, en su turno, saca el caramelo gana. Si John empieza ¿Cuáles son las probabilidades de ganar de Mary?

- (A)  $\frac{2}{5}$
- (B)  $\frac{3}{5}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{5}{6}$
- (E)  $\frac{1}{3}$

**PROBLEMA 18** (4 puntos)

La figura muestra dos cuadrados adyacentes con lados de longitud  $a$  y  $b$  ( $a < b$ ). ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?



- (A)  $\sqrt{ab}$
- (B)  $\frac{1}{2}a^2$
- (C)  $\frac{1}{2}b^2$
- (D)  $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$
- (E)  $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

**PROBLEMA 19** (4 puntos)

¿Cuál es la parte entera de la expresión  $\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20}}}}}$  ?

- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 20                      (E) 25

**PROBLEMA 20** (4 puntos)

Sara quiere calcular el valor de la operación  $\frac{a+b}{c}$  donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son valores enteros positivos. Sara digita en su calculadora  $a+b\div c=$  y el resultado da 11, luego digita  $b+a\div c=$  y ella se sorprende al ver de que el resultado da 14. Ella revisa el manual y verifica que su calculadora está diseñada para que haga divisiones antes que sumas.

¿Cuál será el resultado correcto de  $\frac{a+b}{c}$  ?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

**PROBLEMA 21** (5 puntos)

Sea  $a$  la suma de todos los divisores positivos de 1024 y  $b$  el producto de todos los divisores positivos de 1024, entonces:

- (A)  $(a-1)^5 = b$       (B)  $(a+1)^5 = b$       (C)  $a^5 = b$               (D)  $a^5 - 1 = b$       (E)  $a^5 + 1 = b$

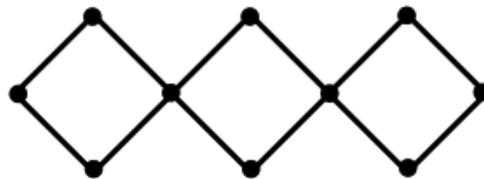
**PROBLEMA 22** (5 puntos)

¿Cuál es el conjunto de todos los posibles valores reales del parámetro  $a$  para los que la ecuación  $2-|x|=ax$  tiene dos soluciones?

- (A)  $(-\infty, -1]$       (B)  $(-1, 1)$               (C)  $[1, +\infty)$       (D)  $\{0\}$                   (E)  $\{-1, 1\}$

**PROBLEMA 23** (5 puntos)

Los vértices de la red, que se muestra en la figura, son etiquetados con los números del 1 al 10. La suma  $S$  de las cuatro etiquetas en cada cuadrado es la misma. ¿Cuál es el menor valor posible para  $S$ ?



- (A) 18                      (B) 19                      (C) 20                      (D) 21                      (E) 22

**PROBLEMA 24** (5 puntos)

¿Cuántos planos pasan a través de al menos tres vértices de un cubo dado?

- (A) 6                      (B) 8                      (C) 12                      (D) 16                      (E) 20

**PROBLEMA 25** (5 puntos)

Cuatro líneas distintas pasan a través del origen de un sistema de coordenadas. Estas líneas intersecan la parábola  $y = x^2 - 2$  en ocho puntos. ¿Cuál puede ser el producto de las coordenadas en el eje  $x$  de esos ocho puntos?

- (A) Sólo 16              (B) Sólo -16              (C) Sólo 8              (D) Sólo -8              (E) Hay varias posibilidades para el producto

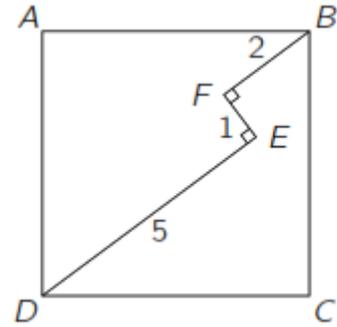
**PROBLEMA 26** (5 puntos)

¿Para cuántos enteros  $n$  se cumple que  $|n^2 - 2n - 3|$  es primo?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) Infinitos valores

**PROBLEMA 27** (5 puntos)

Dentro del cuadrado ABCD se traza un camino DEFB, formado por segmentos lineales, con  $DE \perp EF$ ,  $EF \perp FB$ , como se muestra en la figura. Dado que  $DE=5$ ,  $EF=1$  y  $FB=2$  ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?



- (A)  $3\sqrt{2}$       (B)  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$       (C)  $\frac{11}{2}$       (D)  $5\sqrt{2}$       (E) Ninguna de las anteriores

**PROBLEMA 28** (5 puntos)

La secuencia  $a_1, a_2, a_3, \dots$  empieza con  $a_1 = 49$  a. Y para  $n \geq 1$  el valor  $a_{n+1}$  se obtiene agregando 1 a la suma de los dígitos de  $a_n$  y luego elevando al cuadrado. Por ejemplo  $a_2 = (4+9+1)^2 = 196$ . Determine el valor de  $a_{2019}$ .

- (A) 121      (B) 25      (C) 64      (D) 400      (E) 49

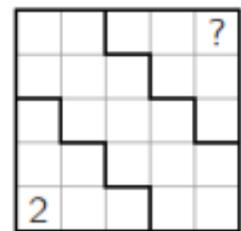
**PROBLEMA 29** (5 puntos)

Se eligen aleatoriamente tres números del conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ . ¿Cuál es la probabilidad de que uno de ellos sea el promedio de los otros dos?

- (A)  $\frac{1}{10}$       (B)  $\frac{1}{6}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{1}{3}$       (E)  $\frac{1}{2}$

**PROBLEMA 30** (5 puntos)

En el cuadrado que se muestra se colocan los números 1,2,3,4,5 de manera tal que cada fila y cada columna contenga estos números exactamente una vez. Además, la suma de los números en cada una de las tres áreas con bordes en negrita es la misma.



¿Qué número va en la esquina superior derecha del cuadrado?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5