Olimpiada Kanguro

2019

NIVEL JUNIOR (PRIMERO Y SEGUNDO BACHILLERATO)

Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS **Tiempo: 120 minutos**

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Las respuestas equivocadas bajan puntos.

Nombres y Apellidos:..

Colegio: ....Ciudad:...................................Curso:.......

PROBLEMA 1 (3 puntos)

$20\times 19+20+19=$

(A) 389 (B) 399 (C) 409 (D) 419 (E) 429

PROBLEMA 2 (3 puntos)

Un tren eléctrico de juguete tarda exactamente 1 minuto y 11 segundos en dar una vuelta completa en su circuito. ¿Cuánto tarda en dar seis vueltas?

(A) 6 minutos 56 segundos (B) 7 minutos 6 segundos (C) 7 minutos 16 segundos

(D) 7 minutos 26 segundos (E) 7 minutos 36 segundos

PROBLEMA 3 (3 puntos)

Un peluquero desea escribir la palabra CORTE en una pizarra de tal manera que un cliente, mirando el reflejo de la pizarra en el espejo, lea la palabra correctamente. ¿Qué debe escribir el peluquero en la pizarra?

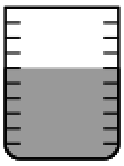
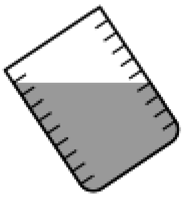
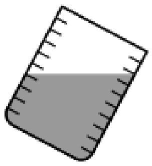
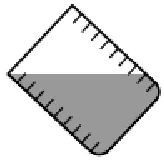
(A) CORTE (B)  (C) 

(D)  (E) 

PROBLEMA 4 (3 puntos)
¿Cuántas sumas de puntos diferentes se pueden obtener si se lanzan simultáneamente tres dados estándar?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

PROBLEMA 5 (3 puntos)
Se vierte agua en cinco vasos idénticos. Cuatro de ellos contienen la misma cantidad de agua. ¿Cuál es el que contiene una cantidad de agua diferente?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

PROBLEMA 6 (3 puntos)
Un parque tiene cinco portones. Mónica desea entrar por uno de ellos y salir por otro diferente. ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

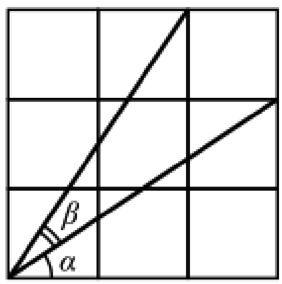
(A) 25 (B) 20 (C) 16 (D) 15 (E) 10

PROBLEMA 7 (3 puntos)
Los pesos en kilogramos de tres canguros son tres números enteros diferentes. El peso total de los tres es 97 kg. ¿Cuánto puede pesar, como máximo, el más liviano de los tres canguros?

(A) 1 kg (B) 30 kg (C) 31 kg (D) 32 kg (E) 33 kg

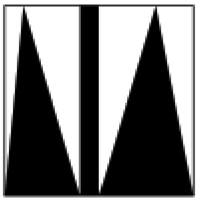
PROBLEMA 8 (3 puntos)
Los nueve cuadrados de la figura son iguales.

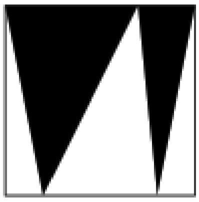
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para los ángulos marcados en la figura?

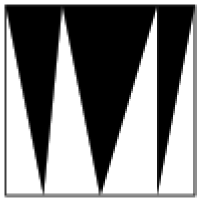


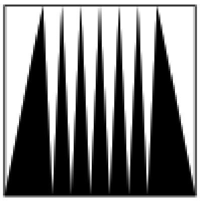
(A) $\alpha = \beta$ (B) $2\alpha + \beta = 90^\circ$ (C) $\alpha + \beta = 60^\circ$ (D) $\alpha + 2\beta = 90^\circ$ (E) $\alpha + \beta = 45^\circ$

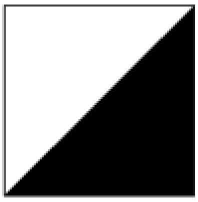
PROBLEMA 9 (3 puntos)
Dentro de cada cuadrado unitario se ha sombreado una parte. ¿En cuál de los cuadrados el área total sombreada es mayor?

(A) 

(B) 

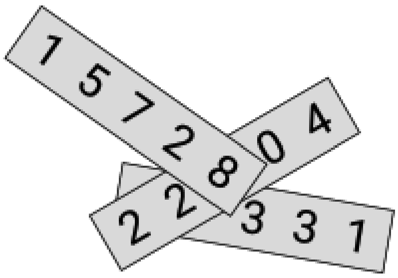
(C) 

(D) 

(E) 

PROBLEMA 10 (3 puntos)
En cada una de tres tiras de papel se ha escrito un número de cinco dígitos. La suma de los tres números es 57263. Tres de los dígitos no se ven.

¿Cuáles son esos tres dígitos?



(A) 0, 2 y 2 (B) 1, 2 y 9 (C) 2, 4 y 9 (D) 2, 7 y 8 (E) 5, 7 y 8

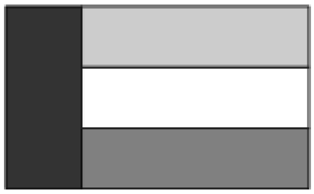
PROBLEMA 11 (4 puntos)
Un cuadrado tiene vértices A, B, C y D, etiquetados en sentido horario. Un triángulo equilátero tiene vértices A, E y C, etiquetados en sentido horario. ¿Cuánto mide, en grados, el ángulo CBE?

(A) 30 (B) 45 (C) 135 (D) 145 (E) 150

PROBLEMA 12 (4 puntos)
Los números a, b, c y d son enteros positivos diferentes elegidos del 1 al 10. ¿Cuál es el menor valor posible de $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$?

(A) $\frac{2}{10}$ (B) $\frac{3}{19}$ (C) $\frac{14}{45}$ (D) $\frac{29}{90}$ (E) $\frac{25}{72}$

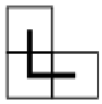
PROBLEMA 13 (4 puntos)
La bandera de Canguria es un rectángulo con altura y ancho en la razón 3:5. La bandera está dividida en cuatro rectángulos de igual área como muestra la figura.

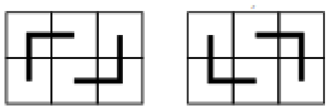


¿Cuál es la razón entre la altura y el ancho del rectángulo blanco?

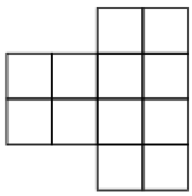
(A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 2 : 7 (D) 3 : 10 (E) 4 : 15

PROBLEMA 14 (4 puntos)
Un rectángulo de 3 x 2 puede cubrirse exactamente con dos piezas en forma de L de dos maneras diferentes, como se muestra en la figura:





¿De cuántas maneras diferentes puede cubrirse la figura siguiente con 4 piezas en forma de L?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 48

PROBLEMA 15 (4 puntos)
En el triatlón hay que recorrer un trayecto nadando, otro corriendo y otro en bicicleta. En bicicleta se deben recorrer tres cuartos de la distancia total. Corriendo se debe recorrer la quinta parte de la distancia total. Nadando se deben recorrer 2 km. ¿Cuál es la distancia total en km a recorrer en el triatlón?

(A) 10 (B) 20 (C) 38 (D) 40 (E) 60

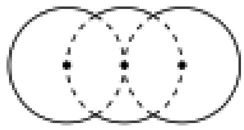
PROBLEMA 16 (4 puntos)

Se desea preparar jugo diluyendo un concentrado en agua, en la proporción de una parte de concentrado por 7 partes de agua (en volumen). El concentrado se encuentra en una botella de 1 litro, que está llena hasta la mitad. ¿Qué fracción de ese concentrado se debe usar para obtener 2 litros de jugo?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$ (E) Todo el concentrado

PROBLEMA 17 (4 puntos)

Se forma una figura con tres circunferencias iguales de radio R que tienen sus centros alineados. La circunferencia del medio pasa por los centros de las otras dos. ¿Cuál es el perímetro de la figura indicada con trazo continuo?



(A) $\frac{10\pi R}{3}$ (B) $\frac{5\pi R}{3}$ (C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ (D) $2\pi R\sqrt{3}$ (E) $4\pi R$

PROBLEMA 18 (4 puntos)

La suma de los 7 dígitos del número telefónico $\overline{aaabbbb}$ es el número de dos dígitos $\overline{ab}$ ¿Cuál es el valor de la suma $a+b$?

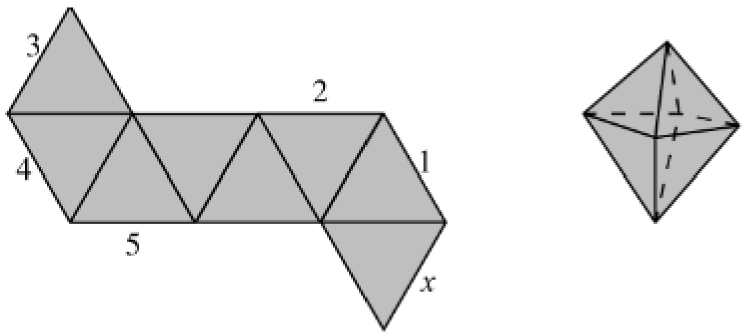
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

PROBLEMA 19 (4 puntos)

60 manzanas y 60 peras se empacan en varias cajas de manera que todas las cajas contengan el mismo número de manzanas, pero no haya dos cajas que contengan el mismo número de peras. ¿Cuál es el mayor número posible de cajas que se pueden empacar de esa manera?

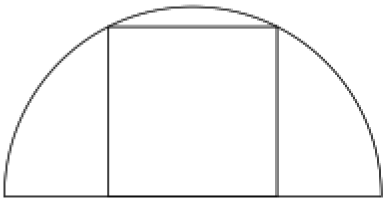
(A) 20 (B) 15 (C) 12 (D) 10 (E) 6

PROBLEMA 20 (4 puntos)
El diagrama muestra el desarrollo plano de un octaedro. Cuando se pliega para formar el octaedro, ¿cuál de los segmentos etiquetados coincidiría con el segmento marcado con la x?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

PROBLEMA 21 (5 puntos)
Un cuadrado tiene dos de sus vértices en una semicircunferencia y los otros dos en el diámetro de la misma, como muestra la figura.



El radio de la semicircunferencia es 1 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?

(A) $\frac{4}{5}cm^2$ (B) $\frac{\pi}{4}cm^2$ (C) $1cm^2$ (D) $\frac{4}{3}cm^2$ (E) $\frac{2}{\sqrt{3}}cm^2$

PROBLEMA 22 (5 puntos)
Dos puntos están marcados en un disco que rota alrededor de su centro. Uno de los puntos está 3 cm más alejado del centro del disco que el otro y se mueve a una velocidad constante que es 2.5 veces la del otro punto. ¿Cuál es la distancia del centro del disco al punto más alejado?

(A) 10 cm (B) 9 cm (C) 8 cm (D) 6 cm (E) 5 cm

PROBLEMA 23 (5 puntos)
Los enteros del 1 al 99 se escriben en orden ascendente uno a continuación del otro, sin espacios, y luego la secuencia de dígitos se divide en tripletas:

$$123456789101112...979899 \rightarrow (123)(456)(789)(101)(112)...(979)(899)$$

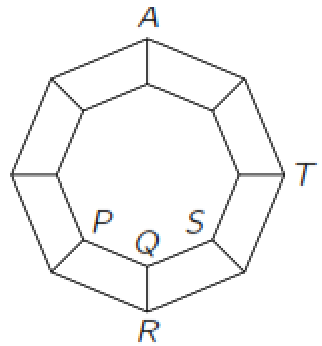
¿Cuál de las siguientes no es una de las tripletas?

(A) (222) (B) (444) (C) (464) (D) (646) (E) (888)

PROBLEMA 24 (5 puntos)
¿Cuántos planos pasan por exactamente tres vértices de un cubo dado?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 12

PROBLEMA 25 (5 puntos)
La figura muestra un grafo que tiene 16 vértices y algunos segmentos que los conectan. Una hormiga se halla en el vértice A. En cada movimiento ella camina a lo largo de un segmento hasta alguno de los vértices vecinos.



¿A cuál de los vértices P, Q, R, S, T puede llegar la hormiga luego de 2019 movimientos?

(A) Sólo a P, R o S (B) Sólo a P, R, S o T (C) Sólo a Q

(D) Sólo a T (E) Todos son posibles

PROBLEMA 26 (5 puntos)
Los enteros positivos a, b y c tienen tres dígitos cada uno, y para cada entero el primer dígito es el mismo que el último. Además $b = 2a + 1$ y $c = 2b + 1$. ¿Cuántas posibilidades hay para el entero a?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Más de 3

PROBLEMA 27 (5 puntos)
En cada vértice de un cuadrado se escribe un entero positivo. Si dos números se hallan en vértices adyacentes, uno de ellos debe ser múltiplo del otro. Si en cambio se hallan en vértices diagonalmente opuestos, ninguno de los dos es múltiplo del otro. ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de los cuatro números?

(A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 35 (E) 60

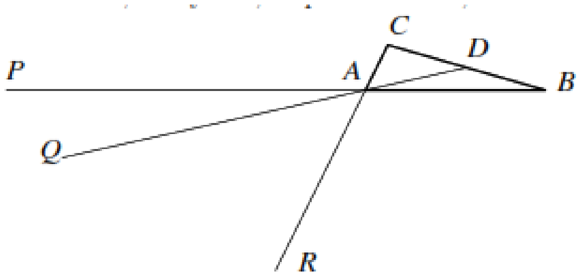
PROBLEMA 28 (5 puntos)
¿Cuál es el mínimo número de elementos que hay que suprimir del conjunto:

$$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$$

para que el producto de los elementos restantes sea un cuadrado perfecto?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

PROBLEMA 29 (5 puntos)
Dado el triángulo ABC de área S, sea D el punto medio de BC. Tome puntos P, Q y R en las rectas AB, AD y AC, respectivamente, de manera que AP=2AB, AQ=3AD y AR=4AC.



¿Cuál es el área del triángulo PQR?

(A) S (B) 2S (C) 3S (D) $\frac{1}{2}$S (E) 0

PROBLEMA 30(5 puntos)
¿Cuántos números de cuatro dígitos hay con la propiedad de que, si se suprime uno cualquiera de sus dígitos, resulta un número de tres dígitos que es un divisor del número original?

(A) 5 (B) 9 (C) 14 (D) 19 (E) 23